

講 座	経済理論・統計、比較経済、政策科学、 経営学、組織経済学、 地域公共政策コース
専門科目	統計学

以下の問 1、問 2 の両方に解答しなさい。なお、問 1 は解答用紙の第 1 ページと第 2 ページに解答し、問 2 は解答用紙の第 3 ページと第 4 ページに解答しなさい。

問 1 確率変数 X の密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^3}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

のとき、以下の設問に答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) X の平均を求めよ。
- (3) $P(X \leq b) = 2P(X \geq b)$ を満たす b を求めよ。
- (4) X の中央値(median)を求めよ。

問 2 2 変数間に次のような線形回帰モデルを考える。

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

ここで、 u_i は誤差項と呼ばれる、期待値が 0 の確率変数であり、 X_i は確率変数ではなく、固定された値であるとする。このとき以下の設問に答えよ。

- (1) パラメータ α, β の最小 2 乗推定量 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ を求めよ。
- (2) (1) で求めた最小 2 乗推定量 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ が不偏性を持つことを示せ。

以上