

## 平成 27 年度岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【2月募集】入学試験問題

講 座	経済理論・統計、比較経済、政策科学、 経営学、組織経済学、 地域公共政策コース
専門科目	統計学

以下の問 1、問 2 の両方に解答しなさい。なお、問 1 は解答用紙の第 1 ページと第 2 ページに解答し、問 2 は解答用紙の第 3 ページと第 4 ページに解答しなさい。

問 1 2 つの確率変数  $X$  と  $Y$  の同時分布が次で与えられているとき、以下の設問に答えなさい。

$$P(X=i, Y=j) = \frac{i+j}{a} \quad (i \in \{1, 2, 3\}, j \in \{1, 2, 3, 4\})$$

- (1) 定数  $a$  の値を求めなさい。
- (2) 各  $i \in \{1, 2, 3\}$  に対し、 $P(X=i)$  を求めなさい。
- (3) 各  $j \in \{1, 2, 3, 4\}$  に対し、 $P(Y=j)$  を求めなさい。
- (4) 確率変数  $X+Y$  の平均値  $E[X+Y]$  を求めなさい。

問 2 ある製品中の水分量を減少させるために工程を改善した。従来の工程と比べて、製品中の水分量の母分散と母平均について、変化したかどうかを検討するため、この改善した工程から製品をランダムに 12 個サンプリングし、水分を測定したところ、以下のデータが得られた (単位は省略)。

12, 16, 13, 12, 14, 10, 9, 13, 11, 14, 15, 11

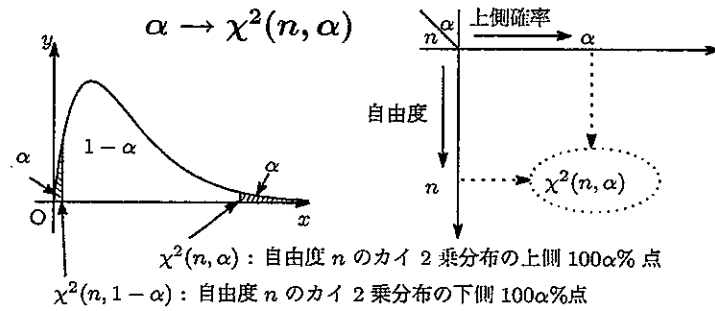
なお、製品中の水分量は正規分布に従うとする。このとき以下の設問に答えなさい。

- (1) 母分散  $\sigma^2$  が従来の母分散  $\sigma_0^2 = 4$  と比べて異なったといえるかどうかを有意水準 5% で検定しなさい。
- (2) 母分散の信頼率 95% の信頼区間を求めなさい。
- (3) 従来の母平均  $\mu_0 = 15$  より低下したかどうかを有意水準 5% で検定しなさい。なお、母分散は未知として検定しなさい。
- (4) 母平均の 95% 信頼区間を求めなさい。

なお、以下の統計量を参考にして良い。

データ  $x_1, \dots, x_n$  に対して、 $S = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ,  $\chi_0^2 = \frac{S}{\sigma_0^2}$ ,  $t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\frac{S}{(n-1)}}}$  である。

数値表  $\chi^2$  分布表

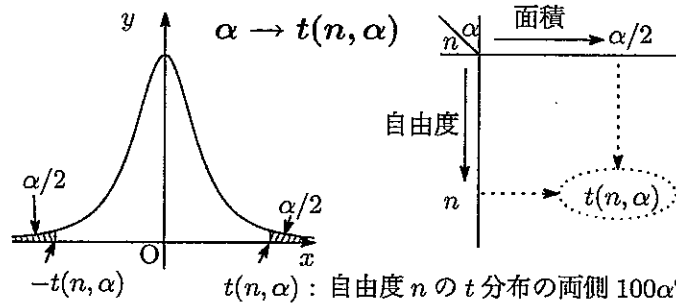


各自由度  $n$  について、上側確率 (面積)  $\alpha$  に対して  $x$  座標  $\chi^2(n, \alpha)$  を与える

$n \backslash \alpha$	0.995	0.99	0.975	0.95	0.9	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1*	2*	3*	4*	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43	104.21
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12	128.30
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

なお、1\* = 0.04393, 2\* = 0.05157, 3\* = 0.05982, 4\* = 0.00393 である。

数値表  $t$  分布表



$t(n, \alpha)$  : 自由度  $n$  の  $t$  分布の両側  $100\alpha\%$  点  
各自由度  $n$  について、両側確率 (面積)  $\alpha$  に対して正の  $x$  座標  $t(n, \alpha)$  を与える

$n \backslash \alpha$	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
$\infty$	0.6745	0.8416	1.0364	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.2905

出所: 長畑秀和 (2000) 『統計学へのステップ』、共立出版、169,180 ページ

以上