

平成 25 年度岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【2月募集】入学試験問題

講 座	経済理論・統計、比較経済、政策科学、 経営学、組織経済学、 地域公共政策コース
専門科目	統計学

以下の問 1、2 の両方に解答しなさい。なお、問 1 は解答用紙の第 1 ページと第 2 ページに解答し、問 2 は解答用紙の第 3 ページと第 4 ページに解答しなさい。

問 1 列車がある駅に到着するときの誤差 X (分) の確率密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} c(16 - x^2), & -4 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられたとき、

- (1) c の値を定めよ。
- (2) この列車が定刻より 2 分以上遅れる確率を求めよ。
- (3) この列車が定刻より 1 分から 3 分遅れる確率を求めよ。
- (4) X の累積分布関数を求めよ。

問 2 X_1, X_2, \dots, X_n はパラメータ p のベルヌーイ母集団から無作為に抽出された標本であるとする。すなわち、

$$X_i = \begin{cases} 1, & P(X_i = 1) = p \\ 0, & P(X_i = 0) = 1 - p \end{cases} \quad 0 \leq p \leq 1, \quad i = 1, \dots, n.$$

このとき、この標本から未知パラメータ p を推定することを考える。

- (1) パラメータ p に関する尤度関数を求めよ。
- (2) 最尤推定量 \hat{p} を求めよ。
- (3) \hat{p} が不偏性を持つことを示せ。
- (4) \hat{p} が一致性を持つための条件 $\lim_{n \rightarrow \infty} E\{(\hat{p} - p)^2\} = 0$ を示せ。

以上