

2022年10月入学岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【特別入試】・
2023年4月入学岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【8月募集】入学試験問題

講座（学修分野）	国際比較経済、経済理論・統計、政策科学、経営学、(グローバル経営・経済)
専門科目	統計学

以下の問1、問2の両方に解答しなさい。なお、問1は解答用紙の第1ページと第2ページに解答し、問2は解答用紙の第3ページと第4ページに解答しなさい。

問1 6本の紐で作られたくじがあり、それぞれの先端に、0、0、1、3、5、9という数字が書かれている。このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1) くじを1本引き、引いたくじを戻す。この試行を5回繰り返すとき、0と書かれたくじを引く回数が2回以下である確率を求めなさい。
- (2) くじを同時に4本引き、引いたくじを戻す。この試行を、4本のくじに書かれた数字の総乗が0ではなくなるまで繰り返すとき、試行の実施回数が5回以上になる確率を求めなさい。
- (3) この6本のくじを母集団とするとき、母集団の平均と分散を求めなさい。

問2 パラメータ λ のポアソン分布に従う母集団から無作為抽出された標本を X_1, X_2, \dots, X_n とする。ここで、ポアソン分布の確率関数は $p(x) = \lambda^x \exp(-\lambda) / x!$ ($x = 0, 1, 2, \dots; \lambda > 0$)である。このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1) 母集団分布のパラメータを θ 、その推定量を $\hat{\theta}$ とするとき、平均2乗誤差は $MSE(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + \{b(\hat{\theta})\}^2$ と分解できることを示しなさい。ただし、 $V(\hat{\theta})$ と $b(\hat{\theta})$ はそれぞれ $\hat{\theta}$ の分散とバイアス（偏り）を表す。
- (2) 対数尤度関数を求め、パラメータ λ の最尤推定量 $\hat{\lambda}$ が \bar{X} （標本平均）となることを導きなさい。
- (3) $n \geq 2$ として、(2)とは異なる推定量 $\tilde{\lambda} = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n X_i$ が与えられているとき、平均2乗誤差の観点から $\hat{\lambda}$ と $\tilde{\lambda}$ のどちらの推定量が望ましいか説明しなさい。

以上