2023 年 10 月入学岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【特別入試】・
2024 年 4 月入学岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【8月募集】入学試験問題

講座（学修分野）	国際比較経済、経済理論・統計、政策科学、経営学、(グローバル経営・経済)
専門科目	統計学

以下の問１、問２の両方に解答しなさい。なお、問１は解答用紙の第１ページと第２ページに解答し、問２は解答用紙の第３ページと第４ページに解答しなさい。

問１　株式 x の株価は１年後、確率1/2で5/2倍に、確率1/2で1/2倍になる。一方、株式 y の株価は１年後、確率1/5で4倍に、確率4/5で1/4倍になる。ただし、両者の株価の変化には相関があり、相関係数は2/3である。このとき、以下の設問に答えなさい。

(1) 株式 x、株式 y にそれぞれ投資したときの、投資額１円当たりの１年後の資産価値を X、Yとする。X、Yの期待値と分散をそれぞれ求めなさい。

(2) 株式 x、株式 y に同額ずつ投資したときの、総投資額１円当たりの１年後の資産価値をZとする。Zの期待値と分散を求めなさい。

(3) ある資金を全て株式 x、株式 y のいずれかに振り分けて投資を行うとき、総投資額１円当たりの１年後の資産価値の分散が最小になる、各株式への資金配分比率を求めなさい。

問２　正規母集団からの２変数の無作為標本を$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \cdots, (X_n, Y_n)$とするとき、以下の設問に答えなさい。なお、$E$は期待値、$V$は分散をそれぞれ表し、$E(X_i) = \mu_X$、$E(Y_i) = \mu_Y$、$V(X_i) = \sigma_X^2 > 0$、$V(Y_i) = \sigma_Y^2 > 0$、$E\{(X_i - \mu_X)(Y_i - \mu_Y)\} = \sigma_{XY}$とする。

(1) 標本共分散が$S_{XY} = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$（$\bar{X}$、$\bar{Y}$は各変数の標本平均）であるとき、$E(S_{XY}) = \sigma_{XY}$となることを示しなさい。

(2) 母集団においてこれら２変数に関連があるかどうかをどのように検定すればよいか説明しなさい。

以上