

2025 年 10 月入学岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【特別入試】・
2026 年 4 月入学岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【8月募集】入学試験問題

講座 (学修分野)	国際比較経済(グローバル経営・経済)、 経済理論・統計、政策科学、経営学
専門科目	統計学

以下の問 1、問 2 の両方に解答しなさい。なお、問 1 は解答用紙の第 1 ページと第 2 ページに解答し、問 2 は解答用紙の第 3 ページと第 4 ページに解答しなさい。導出過程も書くこと。

問 1 ある連続型確率変数 X の確率密度関数が

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2}, & 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

で与えられるとき、以下の設問に答えなさい。ただし、パラメータ $\theta > 0$ である。

- (1) $f(x; \theta)$ が確率密度関数となる条件を満たしていることを示しなさい。
- (2) この確率変数 X の期待値 $E[X]$ および分散 $\text{Var}(X)$ をパラメータ θ を用いて表しなさい。
- (3) X_1 と X_2 は互いに独立な確率変数でいずれも上記の確率密度関数を持つ分布に従っているとす。このとき、最大値 $M = \max\{X_1, X_2\}$ の確率密度関数を導出しなさい。

問 2 母集団がパラメータ θ ($0 < \theta < 1$) のベルヌーイ分布に従い、無作為抽出された標本を $X_1, X_2, \dots, X_n$ とする。したがって、 X_i は確率 θ で 1 をとる ($i = 1, \dots, n$)。このとき、以下の設問に答えなさい。

- (1) X_i の確率関数を導出しなさい。
- (2) パラメータ θ の最尤推定量 $\hat{\theta}$ を求め、その期待値と分散を計算しなさい。
- (3) (2) の結果から、推定量の性質として、 $\hat{\theta}$ についてどのようなことが言えるか具体的に説明しなさい。

以上