

平成 29 年度岡山大学大学院社会文化科学研究科博士前期課程【2月募集】入学試験問題

講 座	経済理論・統計、比較経済、政策科学、 経営学、組織経済学、 地域公共政策コース
専門科目	統計学

以下の問 1、問 2 の両方に解答しなさい。なお、問 1 は解答用紙の第 1 ページと第 2 ページに解答し、問 2 は解答用紙の第 3 ページと第 4 ページに解答しなさい。

問 1 確率変数 X, Y は独立同分布で平均 0、分散 1 の正規分布 $N(0, 1)$ に従うものとし、 $Z = X + Y, W = X^2 + Y^2$ とするとき、以下の設問に答えなさい。

- (1) Z の期待値 $E[Z]$ を求めなさい。
- (2) W の期待値 $E[W]$ を求めなさい。
- (3) Z の分散 $V(Z)$ を求めなさい。
- (4) W の分散 $V(W)$ を求めなさい。

なお、確率変数 X の特性関数が $\varphi_X(t) = E[e^{itX}] = \exp\left[-\frac{1}{2}t^2\right]$ であることを用いてよい。

問 2 あるクラスの統計学の試験の得点は、平均 μ 、分散 $\sigma^2 = 10^2$ の正規分布 $N(\mu, 10^2)$ に従っているとす。このときランダムに n 人を選び、得点 x_1, \dots, x_n が得られたとする。なお、平均点は 60 点以上であることはわかっているとす。このとき、以下の設問に答えよ。

- (1) ランダムに 8 人選んだときの成績は次のようであった。

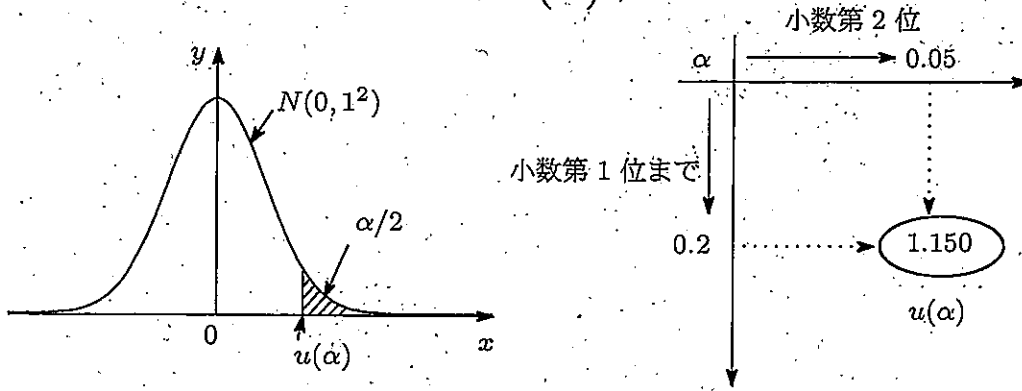
61, 58, 76, 77, 66, 85, 74, 62

帰無仮説 $H_0: \mu = 60$ に対し、対立仮説 $H_1: \mu > 60$ を、有意水準 1% で検定せよ。

- (2) 帰無仮説 $H_0: \mu = 60$ に対し、対立仮説 $H_1: \mu > 60$ を、有意水準 1% で検定するとき、 $\mu = 70$ での検出力を 90% 以上にするには、サンプル数 n をいくら以上にすれば良いか。
- (3) 検定における第 1 種の誤り、第 2 種の誤りと上記の有意水準、検出力との関係について説明せよ。

数値表 標準正規分布表

$$\alpha \rightarrow u(\alpha)$$



両側確率 (面積) α に対して正の x 座標 $u(\alpha)$ を与える

α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	∞	2.576	2.326	2.170	2.054	1.960	1.881	1.812	1.751	1.695
0.1	1.645	1.598	1.555	1.514	1.476	1.440	1.405	1.372	1.341	1.311
0.2	1.282	1.254	1.227	1.200	1.175	1.150	1.126	1.103	1.080	1.058
0.3	1.036	1.015	0.994	0.974	0.954	0.935	0.915	0.896	0.878	0.860
0.4	0.842	0.824	0.806	0.789	0.772	0.755	0.739	0.722	0.706	0.690
0.5	0.674	0.659	0.643	0.628	0.613	0.598	0.583	0.568	0.553	0.539
0.6	0.524	0.510	0.496	0.482	0.468	0.454	0.440	0.426	0.412	0.399
0.7	0.385	0.372	0.358	0.345	0.332	0.319	0.305	0.292	0.279	0.266
0.8	0.253	0.240	0.228	0.215	0.202	0.189	0.176	0.164	0.151	0.138
0.9	0.126	0.113	0.100	0.088	0.075	0.063	0.050	0.038	0.025	0.013

(出典：長畑秀和 (2000) 『統計学へのステップ』、共立出版、168 ページ)

以上