

平成 21 年度岡山大学大学院社会文化科学研究科

博士前期課程【9月募集】入学試験問題

講 座	経済理論・統計, 比較経済, 政策科学, 経営学, 会計学, 組織経済学, 地域公共政策コース
専門科目	統計学

以下の問 1, 問 2 の両方に答えよ。問 1 の解答は, 解答用紙の 1 枚目 (第 1 ページと第 2 ページ) に記入し, 問 2 の解答は, 解答用紙の 2 枚目 (第 3 ページと第 4 ページ) に記入すること。なお, 貸与された電卓を用いてもよい。また, 必要に応じて添付の数表を参照せよ。

問 1 2 つの確率変数  $X, Y$  を考える。  $X$  の期待値は  $E(X) = 10$ , 分散は  $V(X) = 1$  であり, 他方,  $Y$  の期待値は  $E(Y) = 20$ , 分散は  $V(Y) = 4$  であるとする。また  $X$  と  $Y$  の相関係数を,  $\rho_{XY}$  という記号で表すこととする:  

$$\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}} \quad (\text{Cov}(X, Y) \text{ は } X \text{ と } Y \text{ の共分散}).$$
確率変数  $Z$  を  $Z = cX + (1 - c)Y$  (ただし  $c$  は  $0 \leq c \leq 1$  を満たす実数の定数) で定義するとき, 以下の (1), (2), (3) に答えよ。

- (1)  $Z$  の期待値  $E(Z)$  を求めよ ( $c$  を用いて表せ)。
- (2)  $Z$  の分散  $V(Z)$  を求めよ ( $c$  と  $\rho_{XY}$  を用いて表せ)。
- (3)  $\rho_{XY} = -1$  の場合に,  $Z$  の標準偏差  $\sqrt{V(Z)}$  が最小となるような  $c$  の値, 及びそのときの  $\sqrt{V(Z)}$  の値を求めよ。

問2 ある電球メーカーが製造する電球は、従来からの製法によれば、平均寿命が 2000 時間であることが知られている。今回、もし成功すれば平均寿命が更に 100 時間延長される筈とする製法の改良案が、ある技術者によって提案された。そこで試みに、この技術者が提案する新製法を用いて 100 個の電球を試作したところ、平均寿命が 2070 時間となる、とする測定結果が得られた。この計測結果に基づいて、新製法を導入しても何ら効果がないという帰無仮説を、新製法の導入によって平均寿命が 100 時間延長されるとする対立仮説に対して検定を行うこととしたい。なお、電球の寿命分布の標準偏差は、何れの製造方法によっても 400 時間であるとする。

以下の (1), (2), (3) に答えよ。

- (1) 第 1 種の過誤, 第 2 種の過誤についてそれぞれ説明しなさい。
- (2) 第 1 種の過誤を犯す確率が 5 % となるよう臨界値を設定して、片側検定を行いなさい。
- (3) (2) のような設定において、第 2 種の過誤を犯さない確率を求めなさい。

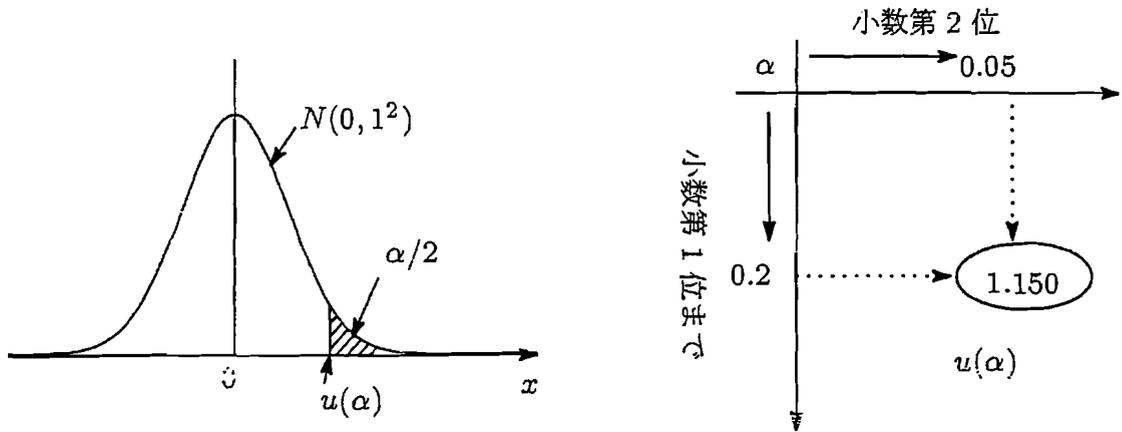
注：第 1 種の過誤のことを第 1 種の過り, 第 2 種の過誤のことを第 2 種の誤り, とそれぞれ記載する教科書もある。

以上



## 付表2 標準正規分布表2

$$\alpha \rightarrow u(\alpha)$$



両側確率 (面積)  $\alpha$  に対して正の  $x$  座標  $u(\alpha)$  を与える

$\alpha$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	$\infty$	2.576	2.326	2.170	2.054	1.960	1.881	1.812	1.751	1.695
0.1	1.645	1.598	1.555	1.514	1.476	1.440	1.405	1.372	1.341	1.311
0.2	1.282	1.254	1.227	1.200	1.175	1.150	1.126	1.103	1.080	1.058
0.3	1.036	1.015	0.994	0.974	0.954	0.935	0.915	0.896	0.878	0.860
0.4	0.842	0.824	0.806	0.789	0.772	0.755	0.739	0.722	0.706	0.690

## 係数表

標準偏差, 範囲等に関する係数表

群の大きさ $n$	$m_3$	$d_2$	$d_3$	$c_2^*$	$c_3^*$
2	1.000	1.128	0.853	0.7979	0.6028
3	1.160	1.693	0.888	0.8862	0.4632
4	1.092	2.059	0.880	0.9213	0.3888
5	1.198	2.326	0.864	0.9400	0.3412
6	1.135	2.534	0.848	0.9515	0.3076
7	1.214	2.704	0.833	0.9594	0.2822
8	1.160	2.847	0.820	0.9650	0.2458
9	1.223	2.970	0.808	0.9693	0.2458
10	1.177	3.078	0.797	0.9727	0.2322
...					
20 以上				$1 - \frac{1}{4n}$	$\frac{1}{\sqrt{2n}}$